Programmation linéaire : TP1 utilisation de lp_solve

1. Résolvez les problèmes graphiques du TD1 avec lp_solve.
2. **Usinage**
   (a) Une compagnie fabrique deux produits A et B. Les opérations d'estampage, de reprise et d'assemblage font l'objet de limitations. Les capacités disponibles en nombre de pièces s'établissent ainsi :
   Capacité d'usinage (en nombre de pièces)

	produit A	produit B
estampage	25000	35000
reprise	33333	16667
assemblage A	22500	–
assemblage B	–	15000

   La demande est considérée illimitée. Le profit réalisé sur un produit A est de 15 U.M. et celui d'un produit B, 12.5 U.M. On désire maximiser le profit.
   Modélisez ce problème puis résolvez le avec lp_solve. Les capacités d'estampage, de reprise et d'assemblage sont-elles saturées. Étant donné que chaque opération est coûteuse quelle capacité convient-il de réduire afin de diminuer le prix de revient et donc d'augmenter le profit. Jusqu'à quel point peut-on réduire cette capacité?
   (b) L'entreprise ajoute un produit C dans son catalogue. Les capacités deviennent :

	produit A	produit B	produit C
estampage	20000	30000	12000
reprise	30000	10000	10000
assemblage A	20000	–	–
assemblage B	–	12000	–
assemblage C	–	–	8000

   Les profits sont 15, 12 et 14 pour A, B et C. Résolvez ce problème avec lp_solve. Le profit obtenu justifie-t-il la réorganisation de l'usine pour fabriquer le produit C?
3. **Problème de production**
   (a) Une usine fabrique deux produits P1 et P2. Chacun de ces produits demande, pour son usinage, des heures de fabrications unitaires sur les machines A B C D et E comme indiqué dans le tableau suivant :

	A	B	C	D	E
P1	0	1h30	2h	3h	3 h
P2	3h	4h	3h	2h	0
disponibilité	39h	60h	57h	70h	57h

   Les marges brutes de chaque produit sont 1700 Euros pour P1 et 3200 Euros pour P2. Écrire le programme linéaire correspondant et le résoudre avec lp_solve.

(b) Les produits utilisent trois fournitures F1, F2 et F3 dans les conditions indiquées ci-dessous :

	F1	F2	F3
P1	0	12	8
P2	5	36	0
Unités	Kg	M^3	M^2
Stock disponible	55	423	136

Ré-écrire le nouveau programme linéaire. Le résoudre avec lp_solve. Prouver que 5 contraintes sont redondantes, les éliminer puis vérifier que le programme linéaire obtenu donne la même solution.

4. **Composition d'aliments pour le bétail**
On désire déterminer la composition, à coût minimal, d'un aliment pour le bétail qui est obtenu en mélangeant au plus trois produits bruts : orge, arachide, sésame. L'aliment ainsi conditionné devra comporter au moins 22% de protéines et 3.6% de graisses, pour se conformer aux exigences de la clientèle. On a indiqué ci-dessous les pourcentages de protéines et de graisses contenus respectivement dans l'orge, les arachides et le sésame, ainsi que le coût par tonne de chacun des produits bruts :

produit brut	orge	arachides	sésame
protéines	12%	52%	42%
graisses	2%	2%	10%
coût par tonne	25	41	39

Quelle est la composition en orge, arachide et sésame d'une tonne d'aliment vérifiant les contraintes et de coût minimal?

5. **Choix de pétroles bruts pour une raffinerie**
Une raffinerie peut traiter trois pétroles bruts. Les rendements des pétroles bruts traités sont précisés par le tableau ci-après qui explicite les quantités (en tonnes) de gaz, essences, pétrole, gasoil et fuel-oil produites à partir d'une tonne de brut.

	brut 1	brut 2	brut 3
gaz	0.02	-	0.06
essences	0.20	0.25	0.30
pétrole	0.08	-	0.04
gasoil	0.40	0.25	0.30
fuel-oil	0.30	0.50	0.30

La production est limitée par la capacité de certaines unités de traitement, par les possibilités de vente et par les stockages disponibles. La raffinerie peut produire au maximum, au cours d'une année :

- 300 000 t de gaz
- 1 050 000 t d'essence
- 180 000 t de pétrole
- 1 350 000 t de gasoil
- 1 800 000 t de fuel-oil

La raffinerie réalise un bénéfice de 4 unités monétaires par tonne de brut 1, de 5 u.m. par tonne de brut 2 et de 5 u.m. par tonne de brut 3. Quelles quantités de bruts devra-t-elle traiter pour réaliser un bénéfice total maximal?

6. **Production optimale d'un atelier**

   Un atelier peut fabriquer trois types d'articles :
   - l'article A1 à la cadence de 35 objets à l'heure
   - l'article A2 à la cadence de 45 objets à l'heure
   - l'article A3 à la cadence de 20 objets à l'heure

   Cette fabrication utilise une machine outil unique, disponible 200 heures par mois. Le bénéfice unitaire pour l'article A1 est de 60 euros par objet, pour A2 de 40 et pour A3 de 80.
   Ces objets sont vendus en totalité à des grossistes ; on a observé qu'on ne pouvait écouler par mois plus de 4 900 objets du type A1, ni plus de 5 400 objets du type A2, ni plus de 2 000 objets du type A3.
   D'autre part, chaque objet doit être vérifié avant sa commercialisation ; une équipe de **3** techniciens est chargée de cette mission ; chaque technicien travaille 170 heures par mois. La vérification d'un objet du type A1 prend quatre minutes, du type A2, trois minutes et du type A3 deux minutes.
   Modéliser et résoudre le problème. Montrer qu'une contrainte est superflue.